

Soluzione preliminare del problema 16

Problema 16) Raffreddare col laser

a) Possiamo calcolare l'energia cinetica:

$$E = \frac{3}{2} k T = \frac{3}{2} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} (273 + 600) = 1.807 \cdot 10^{-20} \text{ J / atomo.}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \quad v = (2 E / m)^{0.5} = (2 \cdot 1.807 \cdot 10^{-20} \text{ N}_A / 0.03996)^{0.5} = 738 \text{ m/s}$$

$$\text{Momento } p = m v = 6.636 \cdot 10^{-26} \text{ Kg} \cdot 738 \text{ m/s} = 4.9 \cdot 10^{-23} \text{ Kg m/s atomo} = 4.9 \cdot 10^{-23} \text{ N s}$$

b) $\lambda = 396.96 \cdot 10^{-9} \text{ m}$; $v = c / \lambda = 3 \cdot 10^9 \text{ m/s} \cdot 1/396.96 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 7.56 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$.

$$E = h v = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \cdot 7.56 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} = 5 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Dall'equazione di De Broglie per il fotone (che ha massa a riposo nulla) il momento si calcola nel modo seguente: $p = h / \lambda = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} / 396.96 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ N s}$

c) Sfruttiamo il fatto che il momento del fotone diminuisce la quantità di moto dell'atomo di una quantità pari a h / λ quindi: $m v_o - h / \lambda = m v_f$ (ci si potrebbe chiedere perchè non si tiene conto della quantità di moto del fotone riemesso, semplicemente perchè la riemissione avviene in tutte le direzioni e quindi per un numero di elettroni riemessi sufficientemente grande, si può considerare in modo probabilistico che queste quantità si annullino a vicenda, inoltre ho utilizzato il segno negativo perché l'atomo e il fotone viaggiano in direzione opposta).

Si ottiene che $v_o - v_f = h / \lambda \cdot N_A / m = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ N s} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} / 0.03996 \text{ Kg} = 0.025 \text{ m/s}$, che corrisponde alla diminuzione di velocità a cui si assiste ad ogni ciclo.

La variazione del momento ad ogni ciclo è pari a $m \Delta v = 0.03996 / N_A \cdot 0.025 \text{ m/s} = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ N s}$

Possiamo considerare che alla temperatura a cui giungiamo la velocità sia pressoché nulla, quindi otteniamo il numero di fotoni $N = v_o / \Delta v = 738 / 0.025 = 29520$ fotoni circa.

d) La configurazione elettronica del Ca^+ è $[\text{Ar}] 4s^1$. Il momento angolare orbitale si calcola dalla seguente formula: $[l(l+1)]^{0.5} h / 2\pi$, dove l rappresenta il numero quantico del momento angolare; per un orbitale s , il numero quantico l vale 0, e quindi vale zero pure il momento angolare; il momento angolare di spin si calcola con una formula analoga: $[s(s+1)]^{0.5} h / 2\pi$, tenendo presente che per un elettrone s vale sempre 0.5, e sostituendo nella formula otteniamo che il momento angolare di spin vale $0.866 h / 2\pi$

e) La configurazione di questo strato eccitato vale $[\text{Ar}] 4s^0 4p^1$. Applicando la formula precedente e tenendo presente che per un orbitale p il numero quantico di momento angolare vale 1, otteniamo che il momento angolare orbitale vale $1.41 h / 2\pi$.

Il momento angolare dovuto allo spin dell'elettrone mantiene lo stesso valore del precedente caso, ossia $0.866 h / 2\pi$.

f) Il momento angolare totale può assumere due valori: $(l + s)$ o $(l - s)$, ossia $3/2$ o $1/2$.

g) Ad una lunghezza d'onda di 393.48 nm, corrisponde una frequenza

$$v = c / \lambda = 3 \cdot 10^9 \text{ m/s} \cdot 1/393.48 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 7.62 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}.$$

$E = h v = 5.05 \cdot 10^{-18} \text{ J}$, che è praticamente quasi uguale all'energia con cui si bombarda l'atomo.

Soluzione proposta da

Luca Zucchini

medaglia di bronzo alle olimpiadi IChO 2008